

Lösung zu S.39/5:

a)

$$y = -\frac{g}{2} t^2 = -\frac{9,81 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{2} (4,80\text{s})^2 = -113,0112\text{m} \approx -113\text{m}$$

Ohne Berücksichtigung der Schallgeschwindigkeit ergibt sich eine Tiefe von 113 m.

b)

Für die Fallzeit gilt:

$$y = -\frac{g}{2} t_{\text{Fall}}^2 \Rightarrow t_{\text{Fall}}^2 = -\frac{2y}{g} \Rightarrow t_{\text{Fall}} = \sqrt{-\frac{2y}{g}}$$

Leichter ist die Verwendung von h statt y

$$h = \frac{g}{2} t_{\text{Fall}}^2 \Rightarrow t_{\text{Fall}}^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow t_{\text{Fall}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Für die Schallzeit gilt:

$$v_{\text{Schall}} = \frac{h}{t_{\text{Schall}}} \Rightarrow t_{\text{Schall}} = \frac{h}{v_{\text{Schall}}}$$

Insgesamt:

$$t = t_{\text{Fall}} + t_{\text{Schall}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v_{\text{Schall}}}$$

Auflösen nach y mit Hilfe einer Substitution: $u := \sqrt{h} \Rightarrow h = u^2$

$$t = \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot u + \frac{u^2}{v_{\text{Schall}}}$$

$$\frac{1}{v_{\text{Schall}}} u^2 + \sqrt{\frac{2}{g}} u - t = 0 \quad | \cdot \sqrt{g} \cdot v_{\text{Schall}}$$

$$\sqrt{g} \cdot u^2 + \sqrt{2} \cdot v_{\text{Schall}} \cdot u - t \cdot v_{\text{Schall}} \sqrt{g} = 0$$

$$u_{1/2} = \frac{-\sqrt{2} \cdot v_{\text{Schall}} \pm \sqrt{2 \cdot v_{\text{Schall}}^2 - 4\sqrt{g}(-t \cdot v_{\text{Schall}} \sqrt{g})}}{2\sqrt{g}}$$

$$= \frac{-\sqrt{2} \cdot v_{\text{Schall}} \pm \sqrt{2 \cdot v_{\text{Schall}}^2 + 4gtv_{\text{Schall}}}}{2\sqrt{g}}$$

$$= \frac{-\sqrt{2} \cdot 330 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm \sqrt{2 \cdot \left(330 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 4 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4,8\text{s} \cdot 330 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}{2\sqrt{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$= \frac{-466,69 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm \sqrt{217800 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 62156,16 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}}{6,26418 \frac{\sqrt{\text{m}}}{\text{s}}}$$

$$u_1 = -158,967\sqrt{\text{m}} < 0 \text{ unbrauchbar!}$$

$$u_2 = 9,9644\sqrt{\text{m}}$$

$$h = u_2^2 = \left(9,9644\sqrt{\text{m}}\right)^2 = 99,29\text{m} \approx 99\text{m};$$