Winkelberechnungen

a) Winkel $0 \leq \alpha \leq 180°$ zwischen zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$:

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

b) Schnittwinkel α zweier Geraden $g_1 : \vec{X} = \vec{P_1} + s \cdot \vec{u_1}$ und $g_2 : \vec{X} = \vec{P_2} + t \cdot \vec{u_2}$:

Als Schnittwinkel zwischen g_1 und g_2 wird der kleinere der beiden möglichen Winkel definiert, d.h. $0 \leq \alpha \leq 90°$. Dies erreicht man bei der Rechnung durch positive Werte (kleinstenfalls Null) für $\cos\alpha$. Die Berechnungsformel lautet (beachten Sie den Betrag im Zähler):

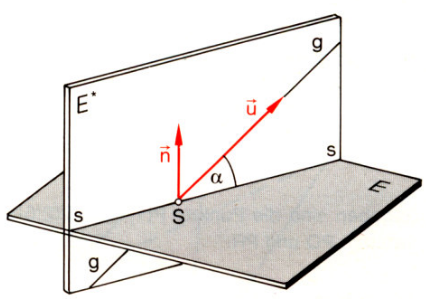
$$\cos\alpha = \frac{|\vec{u_1} \circ \vec{u_2}|}{|\vec{u_1}| \cdot |\vec{u_2}|}$$

c) Schnittwinkel α zweier Ebenen

Ermitteln Sie die Normalenvektoren $\vec{n_1}$ und $\vec{n_2}$ der Ebenen. Der Schnittwinkel der beiden Ebenen ist gleich dem Schnittwinkel zweier sich schneidender Normalen der Ebenen, also $0 \leq \alpha \leq 90°$, also:

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{n_1} \circ \vec{n_2}|}{|\vec{n_1}| \cdot |\vec{n_2}|}$$

d) Schnittwinkel α einer Geraden und einer Ebene



Auch hier gilt per Definition: $0 \leq \alpha \leq 90°$

Zwischen $\vec{n}$ und $\vec{u}$ liegt β (hier einfach so bezeichnet) aber nicht α.

Es gilt: $\beta = 90° - \alpha$

$$\cos\beta = \underbrace{\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha}_{\text{Formelsammlung}} = \frac{|\vec{n} \circ \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|}$$ (die letzte Gleichung ist gut für die Aufgaben)