Lösungen zur Winkelberechnung

S. 113 **1** $17{,}02°$

2 $22{,}46°$

3 a) $S(3|1|6)$; $17{,}55°$ b) $S(10|8|15)$; $30{,}21°$
c) $S(5|16|10)$; $59{,}72°$ d) $S(6|4|7)$; $67{,}35°$

4 a) $78{,}69°$ b) $40{,}60°$ c) $29{,}93°$ d) $18{,}43°$

S. 114 **5** a) $30{,}43°$ b) $88{,}94°$ c) $35{,}52°$

6 Ist das Dreieck PQR spitzwinklig, so beträgt die Summe der Schnittwinkel $180°$; ist es stumpfwinklig, so ist einer der Winkel gleich der Summe der beiden anderen.

7 a) $73{,}74°$ b) $106{,}26°$ c) $75{,}64°$ d) $53{,}13°$
e) $67{,}38°$ f) $60{,}05°$

8 Der Richtungsvektor der Geraden ist ein Vielfaches des Normalenvektors der Ebene.

S. 115 **9** $45{,}39°$

10 a) $46{,}76°$ b) $90°$ c) $0°$

11 a) $S(5|5|5)$; $83{,}65°$
b) $S(6|0|8)$; $24{,}46°$
c) $S(4|3|-1)$; $56{,}13°$
d) $S(0|6|-6)$; $28{,}13°$
e) $S(3|-6|-1)$; $90°$
f) $S(0|-4|-1)$; $10{,}16°$
g) $S(-\frac{1}{2}|-\frac{7}{8}|\frac{5}{8})$; $29{,}75°$
h) $S(-6|-1|-1)$; $9{,}04°$

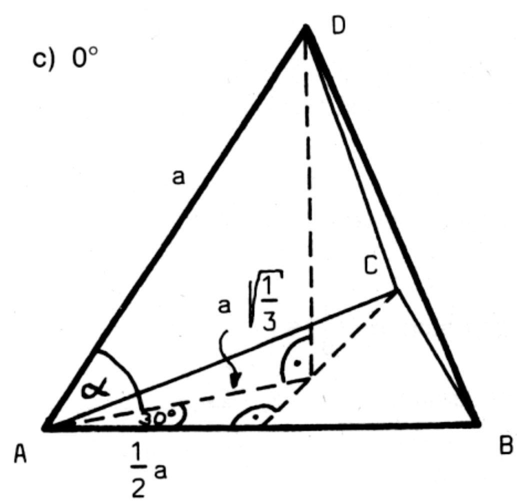

Fig. 79

12 a) $\sphericalangle([AD],ABC) \approx 60{,}79°$; $\sphericalangle([BD],ABC) \approx 44{,}13°$; $\sphericalangle([CD],ABC) \approx 75{,}96°$
b) $\sphericalangle([AC],ABD) \approx 43{,}31°$; $\sphericalangle([BC],ABD) \approx 25{,}71°$; $\sphericalangle([DC],ABD) \approx 28{,}07°$

13 $\cos\alpha = \frac{1}{3}\sqrt{3}$, also $\alpha \approx 54{,}74°$ (vgl. Fig. 79).

S. 115 **14** a) Wegen $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}=0$ ist g parallel zu E;

wegen $(1+t)-2(1+2t)+(2+3t)=1$ für alle $t\in\mathbb{R}$ liegt g in E.

b) Wegen $\begin{pmatrix}1\\9\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\-1\\2\end{pmatrix}=0$ ist g parallel zu E;

wegen $3(2+t)-(3+9t)+2(1+3t)=5\neq 2$ liegt g nicht in E.

S. 116 **15** $\vec{m}\cdot\vec{n}=0$

16 55,53°

S. 117 **17** a) 14,71° b) 17,40° c) 45,35° d) 70,79°
e) 65,74° f) 79,74°

18 $\sphericalangle(ABC,ABD)\approx 75{,}96°$; $\sphericalangle(ABC,ACD)\approx 79{,}98°$;
$\sphericalangle(ABC,BCD)\approx 77{,}40°$; $\sphericalangle(ABD,ACD)\approx 50{,}71°$;
$\sphericalangle(ABD,BCD)\approx 37{,}45°$; $\sphericalangle(ACD,BCD)\approx 109{,}99°$.

19 Die gesuchten Ebenen haben die Gleichung $\vec{x}\cdot\vec{n}=0$ mit

$$\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}\cdot\vec{n}=0,\ \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}\cdot\vec{n}=\frac{1}{2}\text{ und } |\vec{n}|=1.$$

Es ergibt sich $\vec{n}_1=\frac{1}{6}\sqrt{6}\begin{pmatrix}1\\-1\\-2\end{pmatrix}$ oder $\vec{n}_2=\frac{1}{6}\sqrt{6}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$

und damit $E_1: x_1-x_2-2x_3=0$, $E_2: x_1+2x_2+x_3=0$.

20 Aus den Gleichungen $\begin{cases}n_1-n_2-n_3=0\\ n_1\qquad+n_3=\frac{1}{2}\sqrt{6}\\ n_1^2+n_2^2+n_3^2=1\end{cases}$

ergibt sich $n_1=\frac{1}{6}\sqrt{6}\begin{pmatrix}-1\\1\\-2\end{pmatrix}$ oder $n_2=\frac{1}{6}\sqrt{6}\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$

und damit $E_1: -x_1+x_2-2x_3=-5$, $E_2: 2x_1+x_2+x_3=7$

21 a) 54,74°

b) Die Schnittgeraden g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}36\\11\\7\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}4\\1\\5\end{pmatrix}$

schneiden sich unter einem Winkel von 40,03°.

22 a) $d=9$

b) $E_1: x_1+x_3=10$, $E_2: 7x_1+8x_2-7x_3=50$

S. 117 **23**

	$\cos\alpha_1$	$\cos\alpha_1$	$\cos\alpha_3$	$\Sigma\cos^2\alpha_i$	$\sin\beta_1$	$\sin\beta_2$	$\sin\beta_3$	$\Sigma\sin^2\beta_i$
a)	$\frac{5}{\sqrt{30}}$	$\frac{1}{\sqrt{30}}$	$\frac{2}{\sqrt{30}}$	1	$\frac{2}{\sqrt{30}}$	$\frac{1}{\sqrt{30}}$	$\frac{5}{\sqrt{30}}$	1
b)	$\frac{2}{\sqrt{29}}$	$\frac{3}{\sqrt{29}}$	$\frac{4}{\sqrt{29}}$	1	$\frac{4}{\sqrt{29}}$	$\frac{3}{\sqrt{29}}$	$\frac{2}{\sqrt{29}}$	1
c)	$\frac{1}{\sqrt{50}}$	0	$\frac{7}{\sqrt{50}}$	1	$\frac{7}{\sqrt{50}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{50}}$	1
d)	0	$\frac{5}{\sqrt{29}}$	$\frac{2}{\sqrt{29}}$	1	$\frac{2}{\sqrt{29}}$	$\frac{5}{\sqrt{29}}$	0	1

24 Ist $\vec{n}=\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ ein Normalenvektor von E, dann ist

a) $\cos\alpha_1=\frac{|n_3|}{|\vec{n}|}$, $\cos\alpha_2=\frac{|n_2|}{|\vec{n}|}$, $\cos\alpha_3=\frac{|n_1|}{|\vec{n}|}$, also $\cos^2\alpha_1+\cos^2\alpha_2+\cos^2\alpha_3=1$

b) $\sin\beta_1=\frac{|n_1|}{|\vec{n}|}$, $\sin\beta_2=\frac{|n_2|}{|\vec{n}|}$, $\sin\beta_3=\frac{|n_3|}{|\vec{n}|}$, also $\sin^2\beta_1+\sin^2\beta_2+\sin^2\beta_3=1$

S. 118 **25** a) E: $x_1+6x_2+4x_3=32$; $D(0|\frac{8}{3}|4)$

b) $\sphericalangle$ (E, x_1x_2-Ebene) $\approx 56{,}67°$
$\sphericalangle$ (E, x_1x_3-Ebene) $\approx 40{,}89°$
$\sphericalangle$ (E, x_2x_3-Ebene) $\approx 82{,}10°$

c) $\sphericalangle$ (E, x_1-Achse) $\approx 7{,}90°$
$\sphericalangle$ (E, x_2-Achse) $\approx 55{,}50°$
$\sphericalangle$ (E, x_3-Achse) $\approx 33{,}33°$

d) $\sphericalangle$ BAD $\approx 84{,}77°$
$\sphericalangle$ ABC $\approx 78{,}36°$
$\sphericalangle$ BCD $\approx 101{,}64°$
$\sphericalangle$ CDA $\approx 95{,}23°$

e) $\overline{BD}=\frac{1}{3}\sqrt{241}$, $d(A,BD)=\sqrt{\frac{1908}{241}}$, $d(C,BD)=\sqrt{\frac{848}{241}}$;

der Flächeninhalt von ABCD beträgt $\frac{1}{6}(\sqrt{1908}+\sqrt{848})\approx 12{,}13$.

f) $V=\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 8-\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot 4=\frac{56}{9}$

26 a) 109,47° bzw. 70,53° b) 109,47° bzw. 70,53°

27 a) 125,26° bzw. 54,74° b) 109,47° bzw. 70,53° c) 109,47° bzw. 70,53°

28 a) $A(1|1-u|1)$ $D(1|1-u|0)$
$B(1|1|1-u)$ $E(1-u|1|0)$
$C(1-u|1|1)$ $F(1|1|u)$ mit $u=1-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

b) 109,47°

c) $V=1-8\cdot\frac{(1-\frac{1}{2}\sqrt{2})^3}{12}=\frac{7}{6}\sqrt{2}-\frac{2}{3}\approx 0{,}98$