# Lösungen zu Basis und Dimension S.31ff

**1** $\begin{pmatrix}2\\7\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+7\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix}3\\5\\8\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+5\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+8\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

**2** $\begin{pmatrix}2\\3\\9\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}-6\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+9\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

**3** a) $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+5\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}7\\-5\end{pmatrix}=7\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}-5\\0\end{pmatrix}=-5\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

**4** a) $\begin{pmatrix}1\\-1\\7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+7\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}-3\\4\\-5\end{pmatrix}=-3\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}11\\12\\0\end{pmatrix}=11\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+12\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}0\\-2\\3\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

**5** Es ist die lineare Unabhängigkeit der zwei Vektoren zu zeigen.
a) ja b) ja c) nein d) nein e) ja

**6** Es ist die lineare Unabhängigkeit der drei Vektoren zu zeigen.
a) nein b) ja c) nein d) ja
e) nein f) ja g) ja h) nein

**7** a) $a \neq 1{,}5$ b) $a \neq -1$ und $a \neq 2$
c) Die 3 Vektoren sind stets linear abhängig. d) $a \neq 10$

**8** a) $\begin{pmatrix}10\\7\end{pmatrix}=17\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-7\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+(-1)\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}-5\\-7\end{pmatrix}=-12\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+7\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix}-7\\8\end{pmatrix}=1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-8\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

**9** a) $\begin{pmatrix}2\\1\\5\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}5\\6\\7\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}-7\\11\\1\end{pmatrix}=\frac{3}{2}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}-\frac{17}{2}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+\frac{19}{2}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix}2\\11\\15\end{pmatrix}=(-1)\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+12\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$

**10** Zum Nachweis der Basiseigenschaft ist jeweils die lineare Unabhängigkeit der drei Vektoren nachzuprüfen.
a) $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ b) $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{DB}+2\overrightarrow{CA}$
c) Wegen $\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{DE}+2(\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ) liegt keine Basis vor.
d) $\overrightarrow{OP}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{FB}$

**11** Es gibt jeweils beliebig viele Möglichkeiten, es wird hier nur ein Beispiel angegeben:

a) $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$, $\vec{c}=\begin{pmatrix}0\\0\\2\end{pmatrix}$ b) $\vec{a}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$, $\vec{c}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$